



BIOMEHANIKA

BIOMEHANIKA FLUIDA

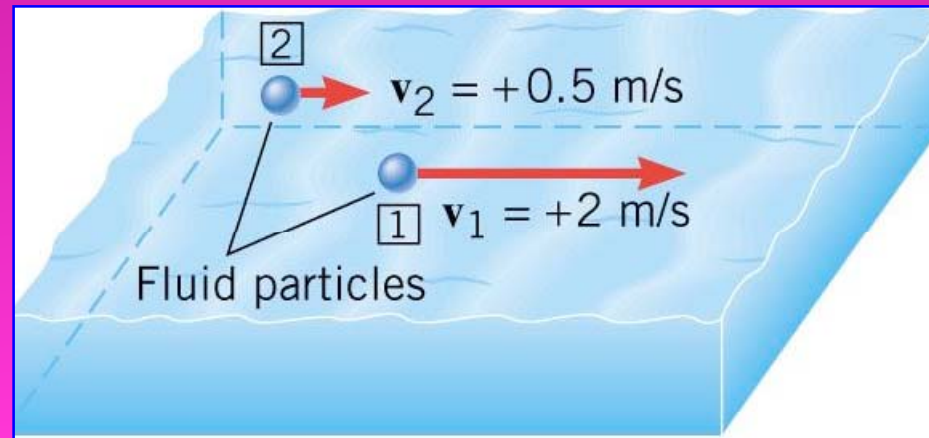
BIOMEHANIKA FLUIDA

- ❑ Dinamika fluida
 - Proticanje fluida
 - Jednačina kontinuiteta
 - Bernulijeva jednačina
 - Strujanje viskoznih fluida
 - Poiseuilleov zakon
- Reynoldsov broj (laminarni, prelazni i turbulentni režim)

Dinamika fluida

- Proticanje fluida:
- Stacionarno
 - Nestacionarno
 - Stišljivo
 - Nestišljivo
 - Viskozno
 - Neviskozno

Stacionarno proticanje



- Brzina fluida na jednom mjestu ne mijenja se u vremenu
- Na dva mjesta u fluidu brzine mogu biti različite ali se ne mijenjaju u vremenu

Nestacionarno strujanje

- Brzina fluida na jednom mjestu mijenja se u vremenu.
- Turbulentno kretanje je poseban oblik nestacionarnog proticanja. Brzina se haotično mijenja i po smjeru i po iznosu.

Stišljivi fluidi

- Koja je osnovna karakteristika stišljivih fluida ?
Mijenjaju svoju gustinu kada se pritisak mijenja.
- U dobroj aproksimaciji tečnosti su nestišljive
- Gasovi su vrlo stišljivi, ali se u puno slučajeva strujanje gasa može smatrati nestišljivim jer je promjena gustine gasa mala.

Viskozno strujanje

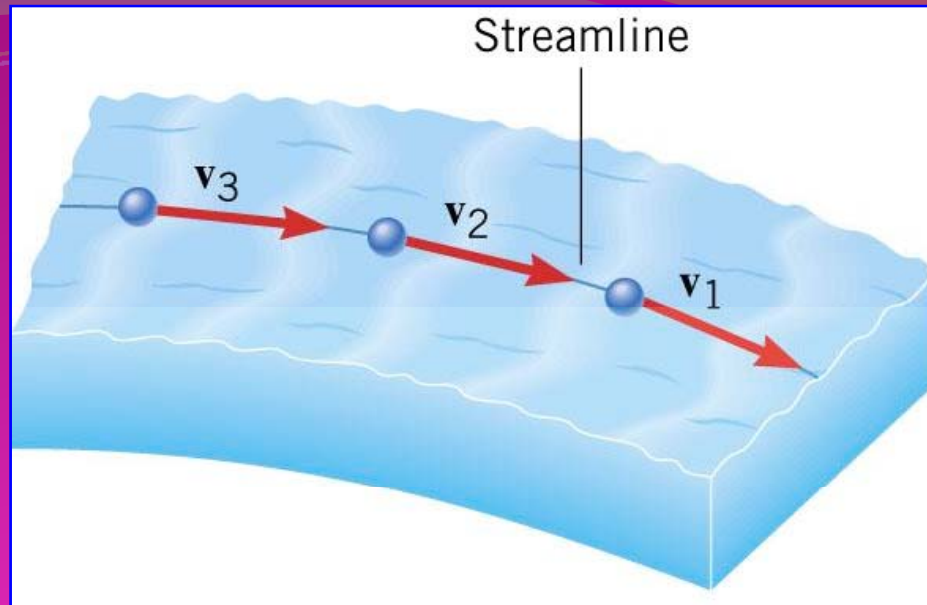
➤ Viskoznost je otpor koji jedan sloj fluida pruža relativnom kretanju drugog sloja fluida.

➤ Šta je posljedica viskoznog strujanja ????

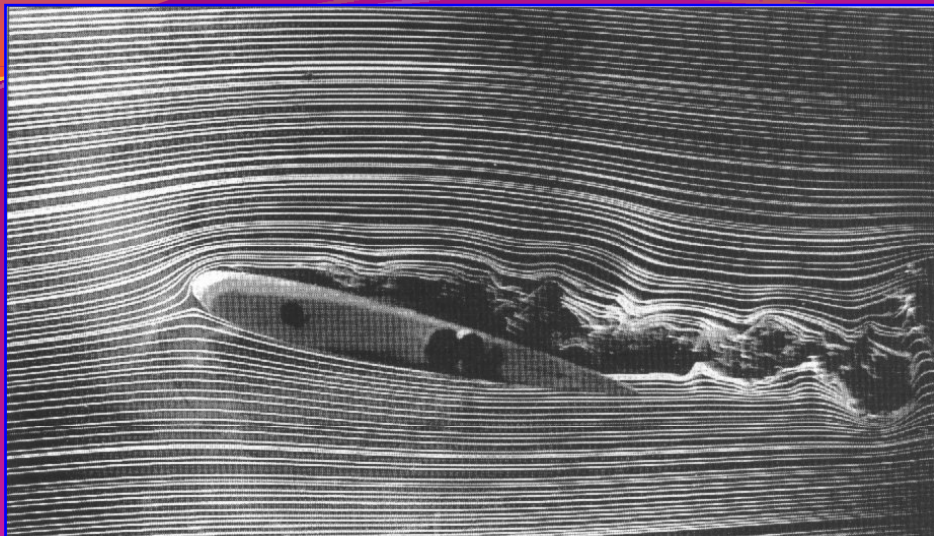
Rasipanje energije.

➤ Razlikujemo:

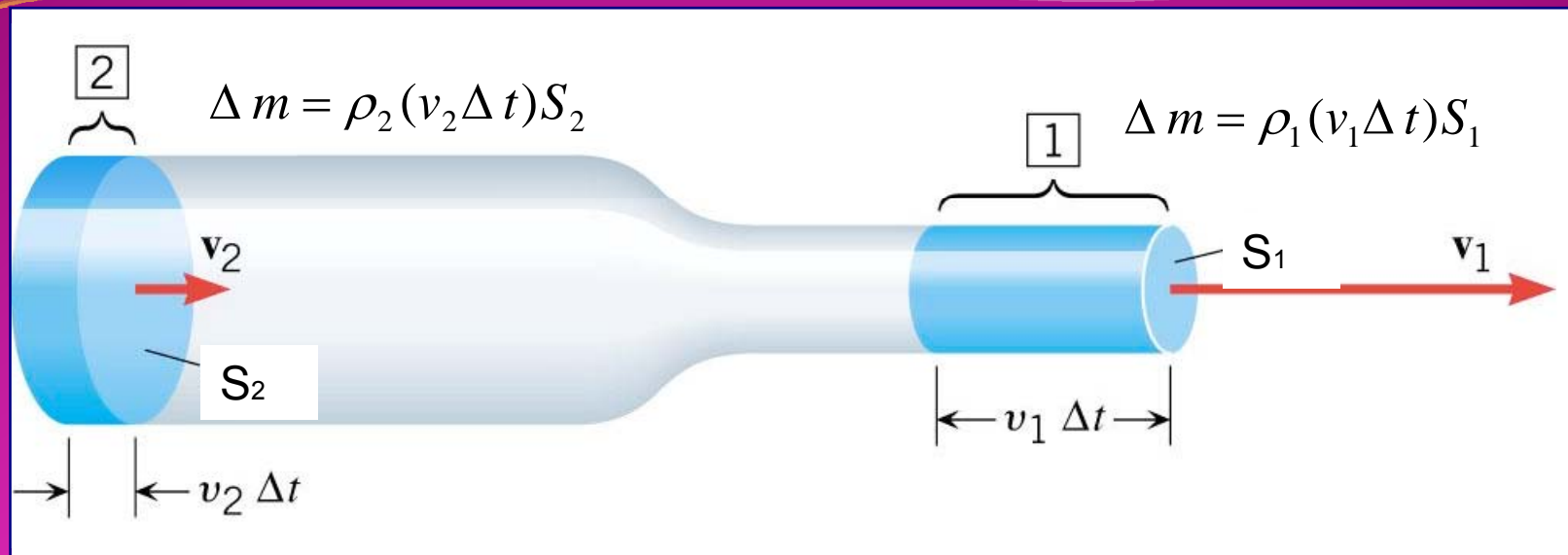
1. Idealan fluid (nestišljivi, neviskozni fluid)
2. Realan fluid



- ❑ Za opisivanje stacionarnog strujanja uvodi se strujna linija ili strujnica.
- ❑ Strujna cijev je dio fluida koji je ograničen velikim brojem strujnica.



Jednačina kontinuiteta



- Masa tečnosti koja protekne u vremenskom intervalu Δt kroz presjek 2:

$$\Delta m = \rho_2 (v_2 \Delta t) S_2$$

- a masa tečnosti koja za isti interval vremena protekne kroz presjek 1:

$$\Delta m = \rho_1 (v_1 \Delta t) S_1$$

Masa fluida koja u vremenskom intervalu Δt protekne kroz presjek 2 mora biti jednaka odgovarajućoj masi fluida koja za isto vrijeme prođe kroz poprečni presjek 1:

$$\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2$$

Navedena relacija predstavlja jednačinu kontinuiteta !!!

ρ – gustina fluida

S - površina poprečnog presjeka

v - brzina strujanja fluida

➤ Za nestišljive fluide (gustina fluida se ne mijenja) vrijedi:

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$

PROTOK

➤ Protok predstavlja zapreminu fluida koja u jedinici vremena protekne kroz poprečni presjek cijevi.

$$I = S \cdot v$$

$$I = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

- I – protok (m^3/s)
- S – površina poprečnog presjeka
- v – brzina fluida
- ΔV – zapremina fluida
- Δt – interval vremena

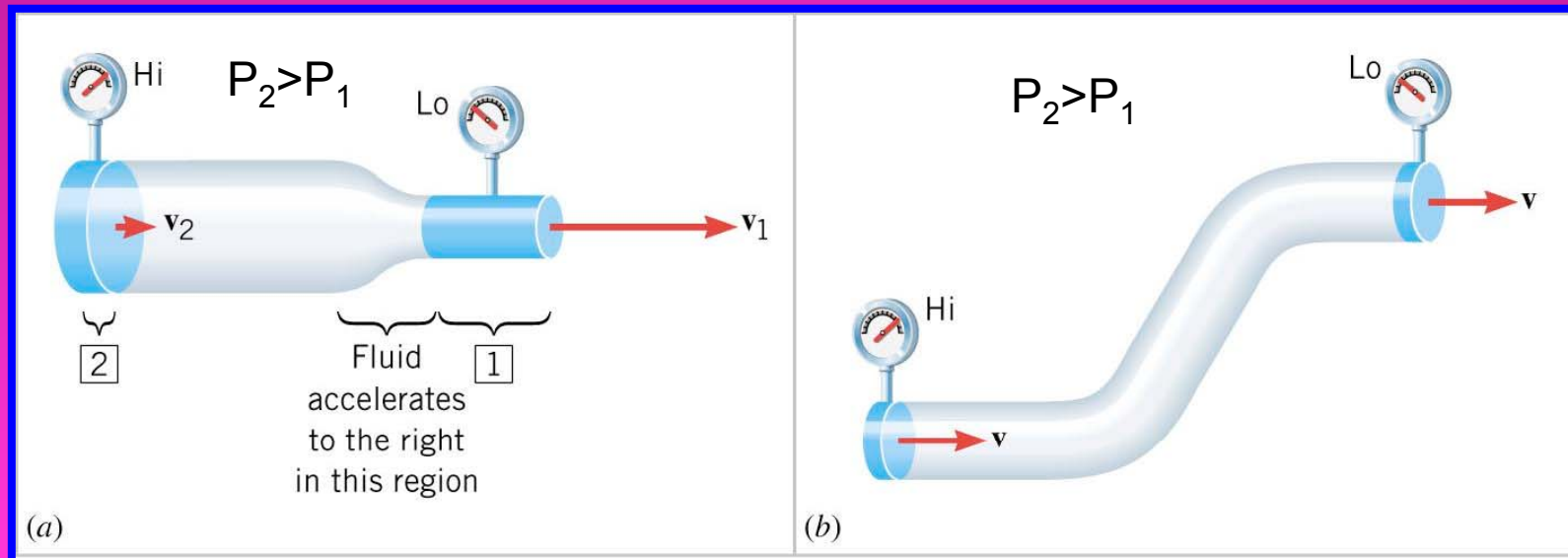
Prosječni intenzitet toka krvi u tijelu iznosi $I = 5 \text{ l/min}$. Ako je prečnik aorte $d = 2,5 \text{ cm}$ brzina krvi u njoj bi približno iznosila:

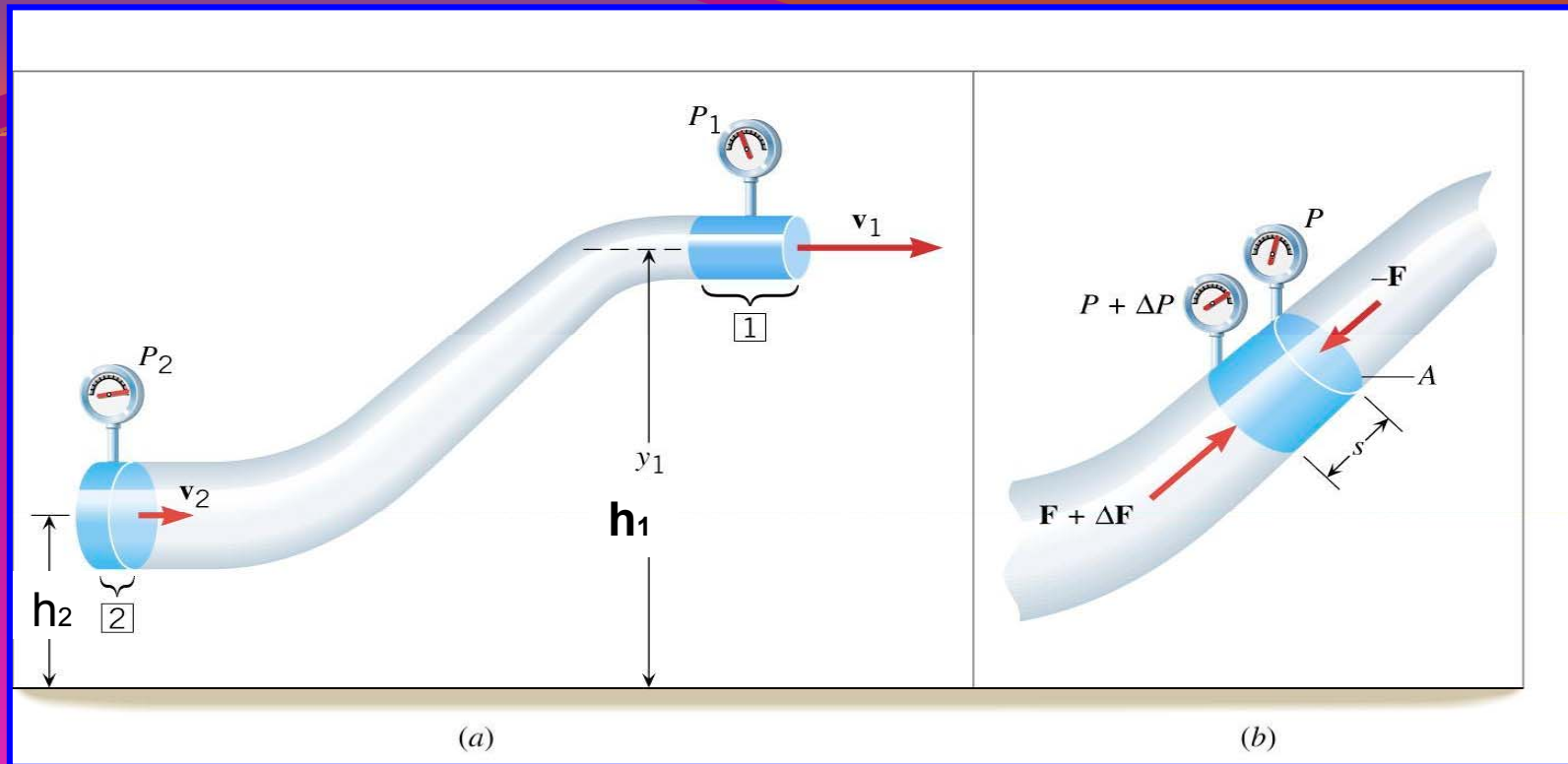
$$I = S \cdot v$$

$$v = \frac{I}{S} = \frac{I}{r^2 \cdot \pi} = \frac{8,33 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 / \text{s}}{4,91 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,17 \text{ m/s}$$

Bernoullieva jednačina

- Postoji veza između pritiska, brzine strujanja i visine poprečnog presjeka u cijevi u kojoj stacionarno struji nestišljivi fluid.
- Kojom relacijom je definisana takva veza ??
Bernoullievom jednačinom.



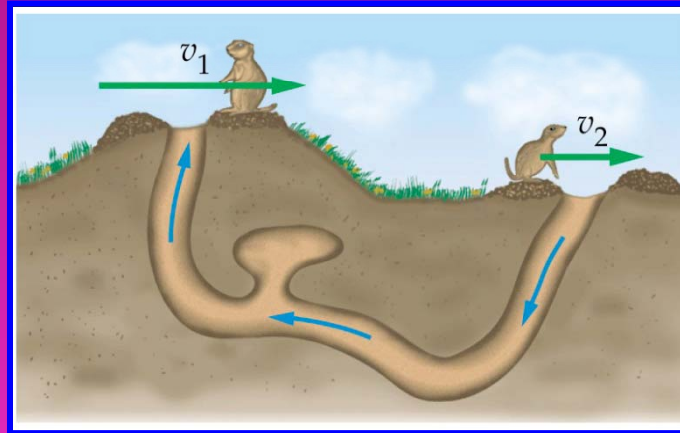


Bernoullieva Jednadžba

$$p_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} = p_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho v_1^2}{2}$$

$$p + \rho g h + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const}$$

- Bernoullieva jednačina vrijedi samo za nestišljive idealne fluide

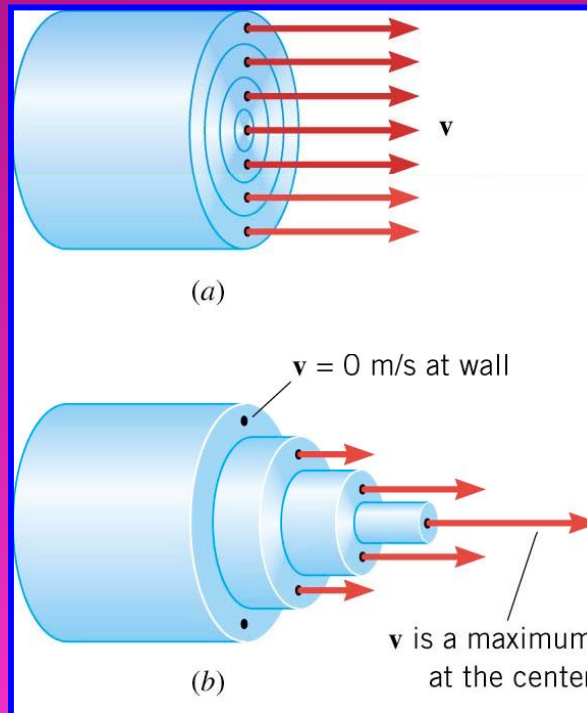


Za dva položaja na istoj visini:

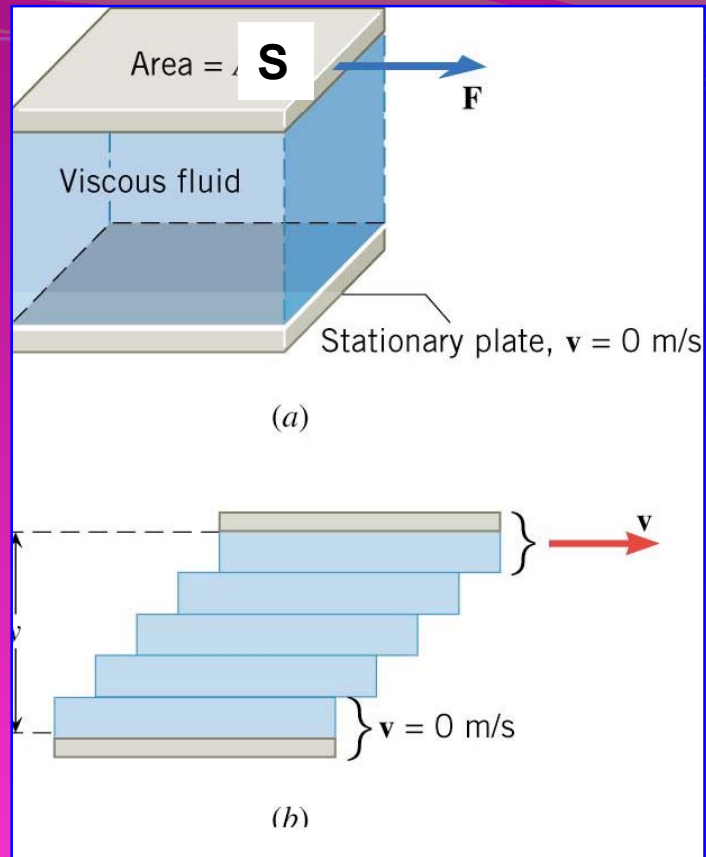
$$h_1 = h_2$$
$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}$$

Veća brzina – manji pritisak

Strujanje viskoznih fluida



- a) U idealnom fluidu nema unutrašnjeg trenja svi slojevi, i oni uz stijenku cijevi imaju istu brzinu strujanja.
- b) U prisustvu viskoznosti, brzine strujanja slojeva su različite.



➤ Brzina slojeva je različita i jednoliko se mijenja od v do nule- Laminarno strujanje fluida.

Eksperimentima se pokazuje:

➤ Tangencijalna sila potrebna da bi se sloj fluida površine S , na udaljenosti y od nepokretne površine kretao brzinom v iznosi:

$$F = \eta \cdot S \frac{\Delta v}{\Delta y} = \eta \cdot S \frac{v - 0}{y - 0}$$

$$F = \eta \cdot S \frac{\Delta v}{\Delta y}$$

S - površina sloja

η - koeficijent viskoznosti SI jedinica Pa s

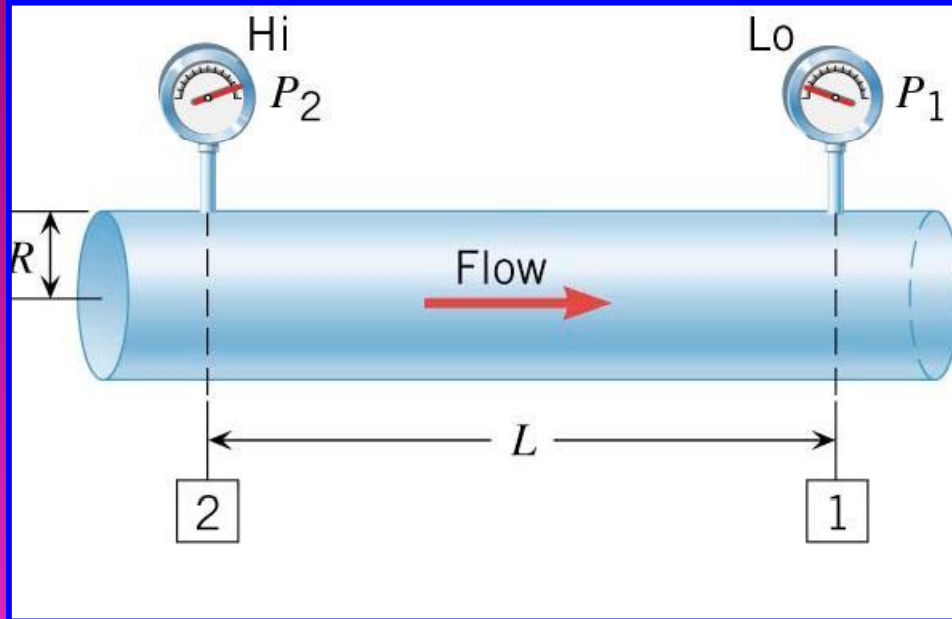
$$\frac{\Delta v}{\Delta y}$$

- gradient brzine

Newtonovski fluidi

- **Tečnosti imaju puno veće vrijednosti koef. viskoznosti od gasova.**
- **Koef. viskoznosti zavisi od temperature.**
 - **kod tečnosti opada sa temperaturom.**
 - **kod gasova raste sa temperaturom.**
 - **za idealne fluide jednak je nuli.**

Poiseuilleov zakon

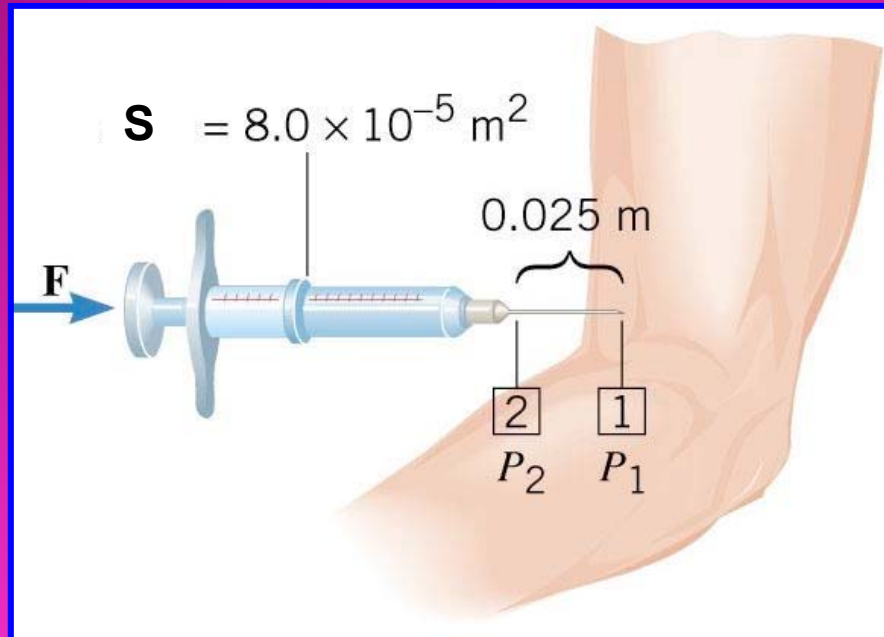


Protok I viskoznog fluida kroz cijev kružnog presjeka ovisi o poluprečniku cijevi r , Dužini cijevi L , razlici pritiska $(p_2 - p_1)$ na krajevima cijevi i o koef. viskoznosti fluida η

$$I = \frac{r^4 \pi (p_2 - p_1)}{8\eta L}$$

$$\bar{v} = \frac{I}{r^2 \pi} = \frac{r^2 (p_2 - p_1)}{8\eta L}$$

Injekciona šprica sadrži rastvor lijeka koeficijenta viskoznosti $1.5 \cdot 10^{-3}$ Pas. Površina poprečnog presjeka šprice je $8.0 \cdot 10^{-5} \text{m}^2$, dužina igle 0.025m i poluprečnik igle $4.0 \cdot 10^{-4} \text{m}$. Pritisak u veni je 1900Pa . Odrediti kojom silom se mora djelovati na klip šprice da bi se njen sadržaj od $1.0 \cdot 10^{-6} \text{m}^3$ injektirao za 3.0s .



$$I = \frac{V}{t} = \frac{1.0 \cdot 10^{-6} \text{m}^3}{3.0 \text{s}} = 3.3 \cdot 10^{-7} \text{m}^3 / \text{s}$$

$$p_2 - p_1 = \frac{8\eta LI}{r^4 \pi} = \frac{8 \cdot 1.5 \cdot 10^{-3} \text{Pas} \cdot 3.3 \cdot 10^{-7} \text{m}^3 / \text{s}}{(4.0 \cdot 10^{-4} \text{m})^4 \cdot 3.14} = 1200 \text{Pa}$$

Kako je $p_1=1900\text{Pa}$, imamo da je:

$$p_2 = 1200\text{Pa} + p_1 = 3100\text{Pa}$$

Po Pascalovom zakonu, pritisak koji stvara sila F prenosi se naizmjenično na sve strane pa je $F = p_2 \cdot S$, gdje je S površina poprečnog presjeka šprice.

$$F = 3100\text{Pa} \cdot 8.0 \cdot 10^{-5}\text{m}^2 = 0.25\text{N}$$

Reynoldsov broj

Kako predvidjeti kakvo je strujanje fluida: laminarno ili turbulentno?

$$Re = \frac{\rho v D}{\eta}$$

ρ - gustina fluida

v - brzina fluida

D - prečnik

η - koeficijent viskoznosti

$Re < Re_c = 2000$ strujanje laminarno

$Re > 3000$ strujanje turbulentno

$2000 < Re < 3000$ strujanje u prelaznom režimu.

Krv: $Re_c = 1940$

Vrijednost kritičnog Reynoldsovog broja za krv iznosi 1940 a viskoznost krvi $\eta=2.5 \text{ mPas}$. Ako je poluprečnik aorte $r=1 \text{ cm}$, naći maksimalnu zapreminu krvi koja prođe kroz aortu za jednu minutu (bazalni minutni volumen) da bi strujanje krvi ostalo laminarno. Gustina krvi je 1060 kg/m^3 .

Brzinu strujanja krvi u aorti pri kritičnoj vrijednosti Reynoldsovog broja nađemo iz definicije :

$$Re = \frac{\rho v D}{\eta} \Rightarrow v = \frac{Re \eta}{\rho D}$$

$$v = \frac{Re_c \cdot \eta}{\rho \cdot D} = \frac{1940 \cdot 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ Pas}}{1060 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 0.229 \text{ m / s}$$

Srednji protok tečnosti kroz aortu je:

$$I = S \cdot v = r^2 \pi \cdot v = 7.18 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 / \text{s}$$

Iz definicije protoka dobije se:

$$I = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow \Delta V = I \cdot \Delta t = 7.18 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 60\text{s} = 4.31 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$
$$\Delta V = 4.31\text{l}$$

Dakle, kroz aortu prođe približno 4.3 l krvi u jednoj minuti.